

カオス

■ 阪上雅昭

1. プロローグ

バベルの図書館

2. カオスを知る

2重振り子

パイコね変換, Circle 10写像

引き延ばし, 折り畳み
不安定性

3. カオスを見る

ロジスティック写像, 分岐ダイアグラム

4. カオスの効能

猫じゃらし

楽器

不安定性 → 効能?

5. カオスを聴く

6. エピローグ

鑑賞とは?, 創造とは?

1. プロローグ

2

Jorge Luis Borges, *La Biblioca Babel* (1944)
邦訳 鼓直「バベルの図書館」

五つの棚が各六角形の壁の各面に相当する。それぞれの棚は同型の32冊の本をもつ。それぞれの本は410ページから成る。各ページは40行、各行はゴチックの80字ばかりから成る。

中略

この思想家は、どれほど多様であろうとすべての本は同じ要素で作られていることを認めた。すなわちピリオド、コンマ、文字仕切り、22文字のアルファベットである。彼はまた、すべての旅人によって確かめられた状況を証拠としてあげた。すなわち、広大な図書館に同じ本は2冊とないことである。この争う余地のない前提から、彼は図書館がばらばらでなく総体であって、その本棚は20あまりの字形のあらゆる可能な組み合わせ(その数は巨大ではあるが無限ではない)を蔵していると推論した。言いかえれば、あらゆる言語で、およそ表現しうるものはすべてである。

中略

図書館があらゆる本を蔵していると公表されたとき、その第一印象は途方もないよろこびというものであった。あらゆる男たちは、秘密の、手のつかない宝の主人になったような気がした。個人的なまたは普遍的な問題で、その雄弁な解決が----どこかの六角形に----存在しないようなことはなかった。宇宙は正当化され、宇宙は突然拡大して、無限の広がりをもつ希望となった。

中略

きわめて当然ながら、この法外な希望は深い落胆におわった。どこかの棚に貴重な本があつて、これらの本が手に入らないという確実性は、ほとんどたえがたく思われた。

2.カオスを知る

2重振り子： デモンストレーション

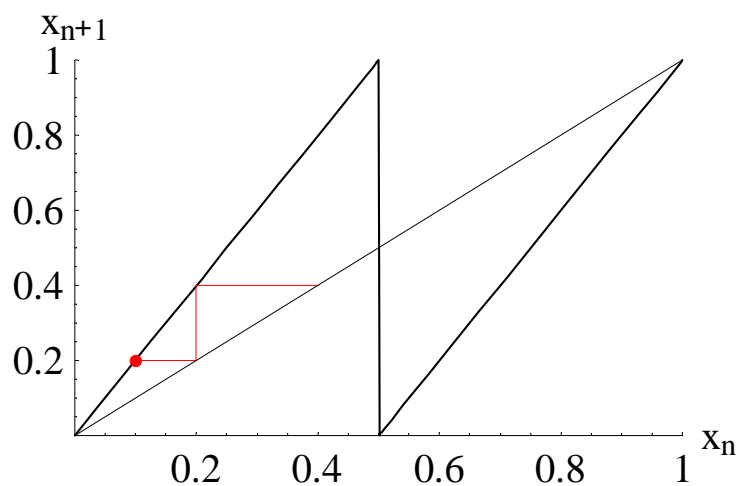
カオス \iff 複雑な運動, 不安定性, 予測不能

パイこね変換

$$x_{n+1} = 2x_n \bmod 1$$

$$(0 \leq x_n \leq 1)$$

- 引き延ばし
- 折り畳み



Mathematica

図1

パイこね変換とコイン投げ

初期値 $\frac{\pi}{10}$ 100回の結果

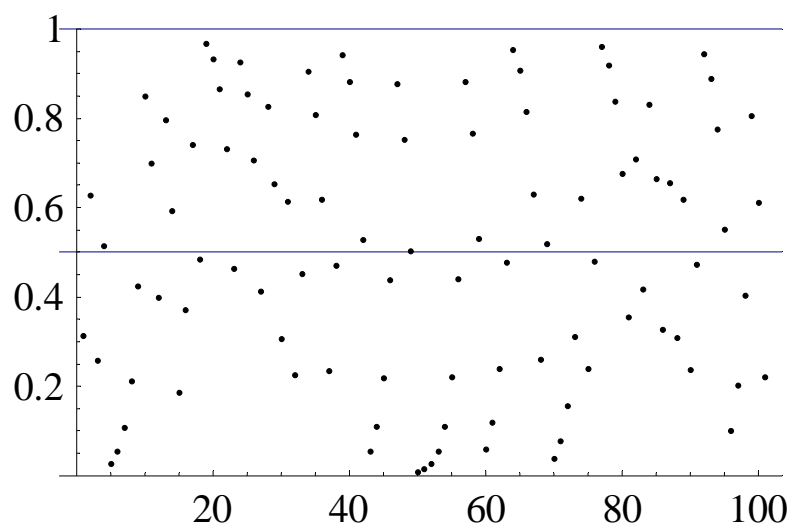


図2

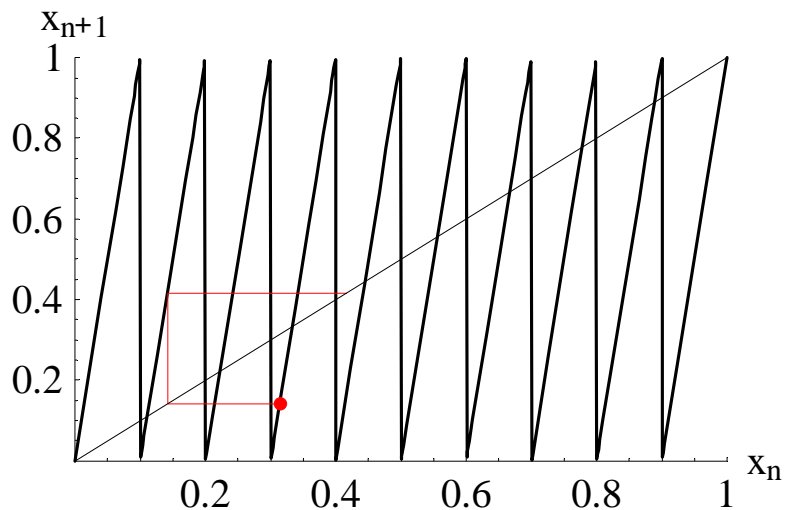
Mathematica

Circle10

$$x_{n+1} = 10x_n \bmod 1$$

10倍引き延ばして、折り畳む

$$(0 \leq x_n \leq 1)$$

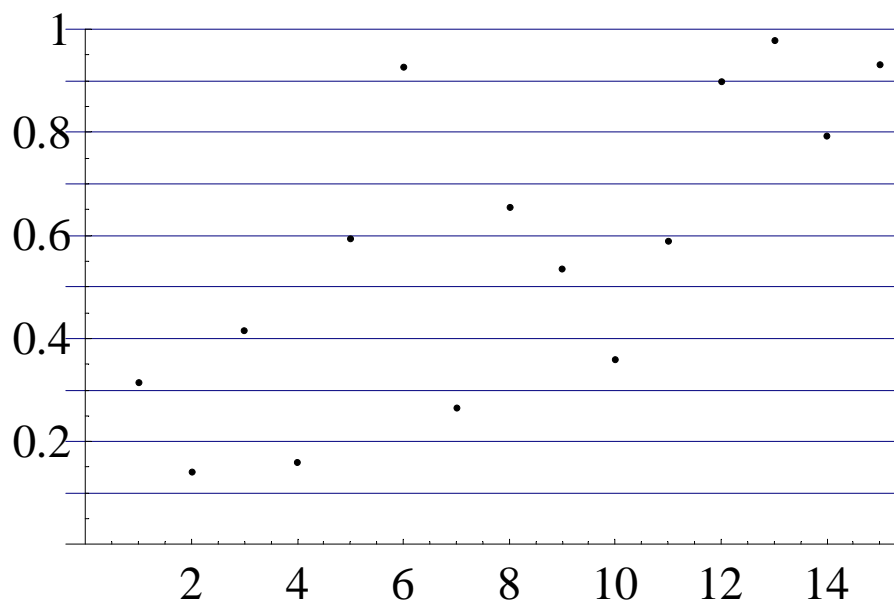


Mathematica

図3

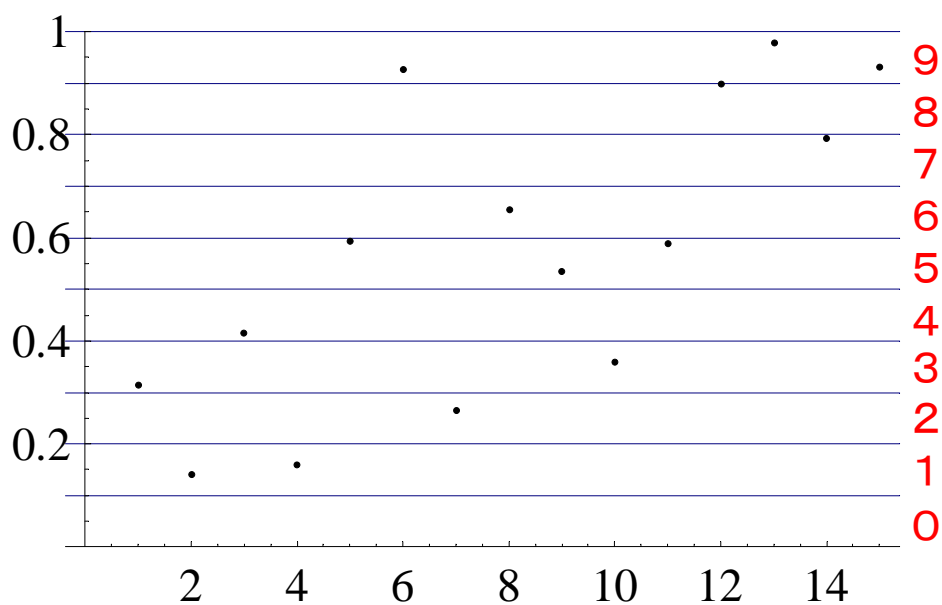
Circle10 の結果

初期値 $\frac{\pi}{10}$ 15回の結果



Mathematica

図4



それぞれの結果に0~9をあてはめ順に並べてみる

Mathematica

カオスとは

不安定性: 引き延ばし, 折り畳み



予測不能性: 初期条件(実数)のもつ
“複雑さ”を読み出す.

初期条件の非常に僅かな違いが, 拡大され
異なる運動をする.

例: 2重振り子

3.カオスを見る

ロジスティック写像

$$1 \leq a \leq 4$$

$$x_{n+1} = a x_n (1 - x_n) \pmod{1}$$

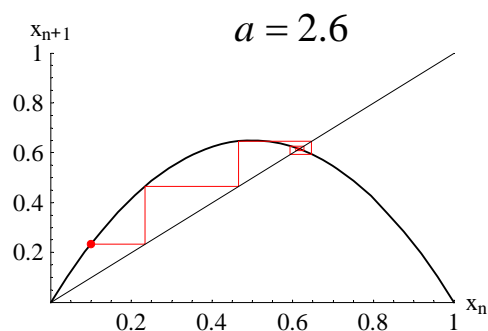
$$(0 \leq x_n \leq 1)$$

$$x_n = \frac{n \text{ 世代の個体数}}{\text{可能な最大個体数}}$$

$$x_{n+1} = a x_n - a x_n^2$$

親の数に比例して
子供ができる

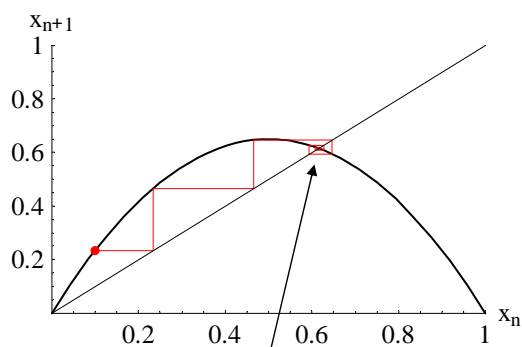
数が増えすぎると餌が
不足して繁殖できない



Mathematica

a による違い

$$a = 2.6$$

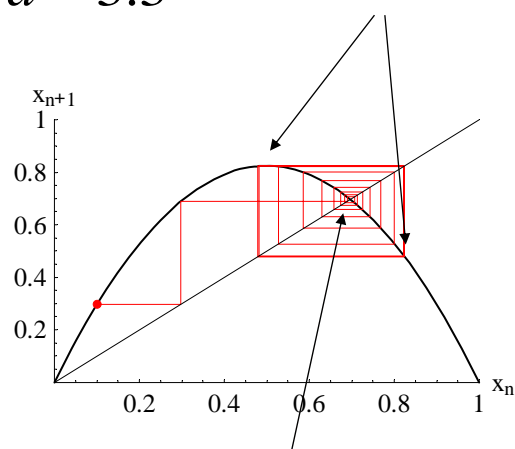


収束する

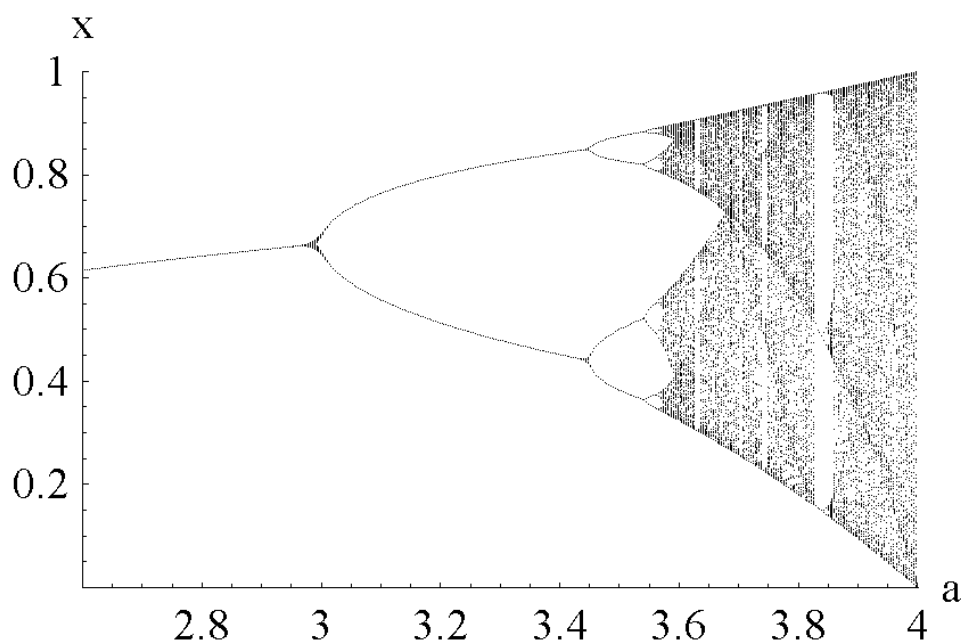
Mathematica

$$a = 3.3$$

2周期になる



不安定になる



Mathematica

4.カオスの効能

タマとも

運動の複雑さ, 予測不能性

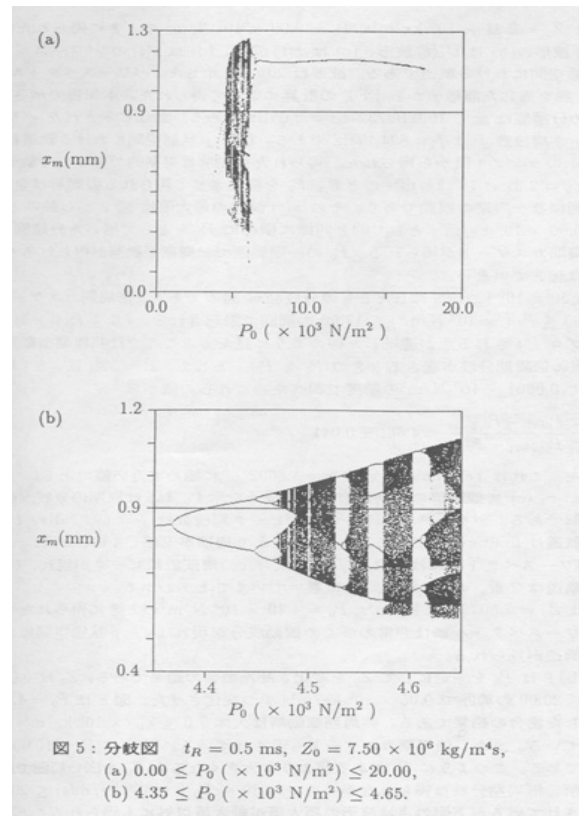
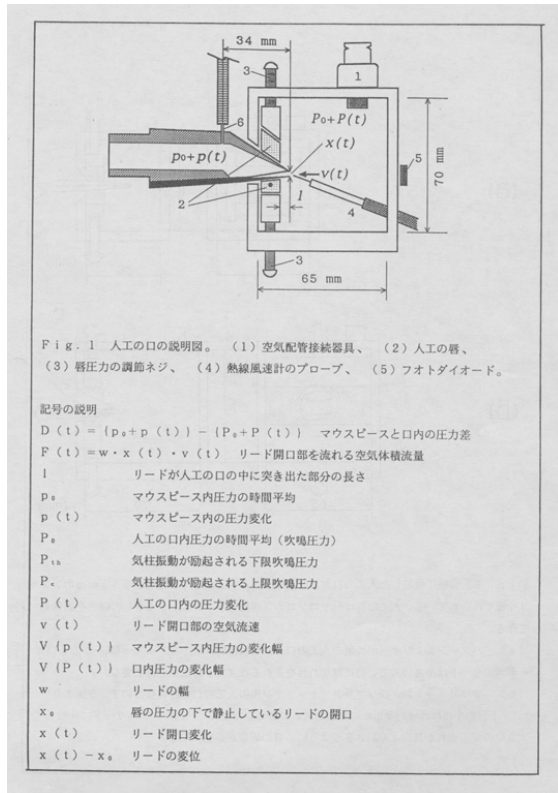
猫じゃらし



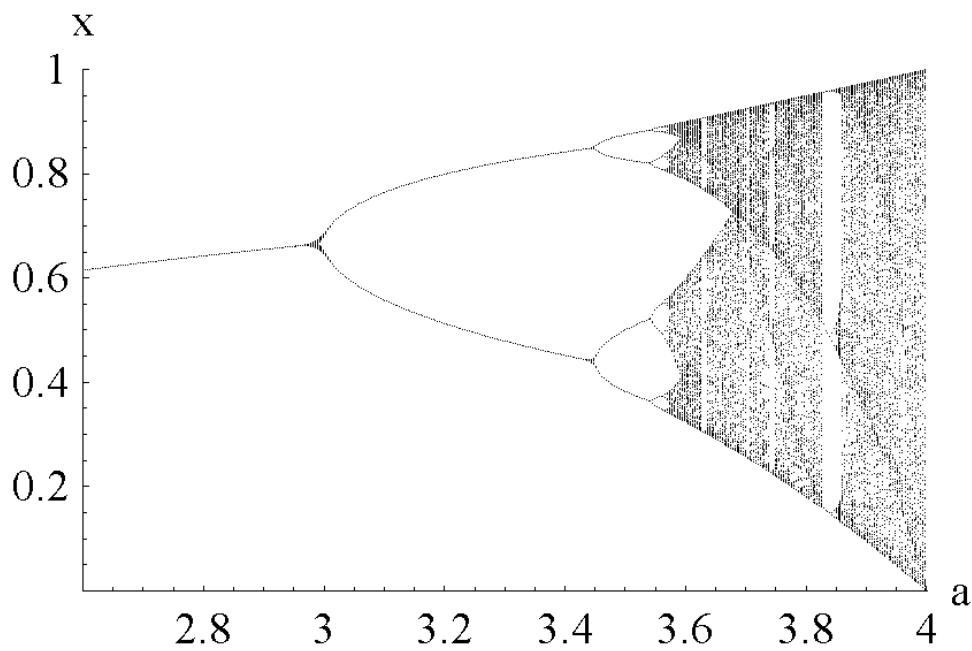
不安定性, 条件の変化に敏感に反応

楽器

楽器は不安定であるべきか否か？



5. カオスを聴く



音にしてみる



Pierre Boulez, Le pays fertile Paul Klee (1989)
邦訳 笠羽映子「クレーの絵と音楽」

1951年から1952年にかけて、私は二台のピアノのための『ストリクチュール(諸構造)』(第一巻)を書いた。それらの『ストリクチュール』の第一曲を書き終えたばかりの時、私はある書物の中で、私の覚えているかぎりでは白黒写真で再生された、あの『肥沃な国の境界に立つ記念碑』と題されたクレーの水彩画を見たのだった。当時の私の心を強く打ったのは、空間をほぼ等しい部分に区切る厳格さ、峻厳さであり、しかも明白な規律のために最小限の散らばりにとどめられてはいるにせよ、精妙かつ豊かな創意が、そこにとっても微妙な変化を生じさせているということだった。他の絵においては規律が完全に吸収消失してしまっているのに、その絵では、規律が故意に明白にされているように私には思われたものだ。そのことは当時の私の関心事に一致していた。

中略

当時の私にとって重要だったのは、位置づけ以外作曲者の介入をほとんど伴わないで、諸要素を自ら展開するがままにすることだった。はじめてクレーの水彩画を見出し、それを眺めた時、私はそこに、創造的芸術家の脱個性化へと、その匿名性へと向かう一種の似たような歩みを確認した。「肥沃な国の境界で」という題名は実際まさに適切だったとも言える。用いられている手法の極端な厳格さは、いともたやすく不毛性にも通じかねなかったからである。もし素材の機械的な処理に頼りきるなら、挫折は確実である――自由意志という創造的芸術家のあのもっとも重要な持ち分がもはやその魔力を行使する領域を持たないからである――。私にとって、そこでの実験は、可能なかぎり切り詰められた、ゼロにもっとも近い試みだったわけで、その点ではクレーの作品名と合致しているとも言えるだろう。結局、私はそれを自作の題名として採用しなかったが、理解を助けるための説明が問題なのでは決してないということをはっきりさせるためだった。

クレーのこの作品は私にとって相変わらずひとつの絵画-象徴であり続けている。もし詩学を伴わないで構造化へひたすら走るという危険を避ける術を知らなければ、つまり構造化があまりにも強力なものとなり、詩学を無き物にするほど拘束するなら、私たちは実際、「肥沃な国の境界に」、しかし不毛性の側に位置することになる。逆に、構造が想像力を新たな詩学へと導き、駆り立てるなら、その時こそまさに私たちは、「肥沃な国に」入ることになるのだ。



肥沃な国の境界に立つ記念碑



肥沃な国の記念碑